MAI 2 - domácí úkol 7

1. Ještě k „implicitním" funkcím:
   („zobecnění" příkladu, řešeného na cvičení – nalezení rovnice tečny ke křivce, dané rovnicí $F(x,y)=0$, v bodě (x_0, y_0) za předpokladu, že aspoň jedna z parciálních derivací 1.řádu funkce F je v bodě (x_0, y_0) nenulová.

   a) Nechť funkce $F(x,y,z)$ má spojité parciální derivace prvního řádu v okolí bodu (x_0, y_0, z_0) a nechť platí $F(x,y,z)=0$. Odvoďte rovnici tečné roviny k ploše, dané rovnicí $F(x,y,z)=0$ v bodě (x_0, y_0, z_0) za předpokladu, že aspoň jedna z parciálních derivací 1.řádu funkce F je v bodě (x_0, y_0, z_0) nenulová.

   b) Napište rovnici tečné roviny a vektorovou rovnici normály v bodě (x_0, y_0, z_0) k ploše, dané rovnicí $F(x,y,z)=0$, když $F(x,y,z)=x^3+y^3+z^3+xyz-6$, $(x_0,y_0,z_0)=(1,2,-1)$.

2. Pokuste se dořešit příklad, který jsme už „nestačili" na cvičení:

   Vyšetřete globální extrémy funkce $f(x,y)=x^2+y^2-2y$ na množině $M=\{(x,y);\ x^2 \le y \le 4\}$.

3. A promyslete také větu o Lagrangeových multiplikátorech a její užití při hledání vázaných extrémů funkce a zkuste vyřešit některý z příkladů :

   Vyšetřete globální extrémy funkce f na množině M, je-li:

   a) $f(x,y)=6-4x-3y$, $\quad M=\{(x,y);\ x^2+y^2 \le 1\}$;

   b) $f(x,y)=x^2+2y^2$, $\quad M=\{(x,y)\in R^2;\ x^4+y^4=1\}$;

   c) $f(x,y,z)=x-2y+2z$, $\quad M=\{(x,y,z)\in R^3;\ x^2+y^2+z^2=1\}$.